

## РЕЦЕНЗИЯ

**официального рецензента на диссертационную работу  
Рысқан Айнұр Рысқанқызы «Многомерные гипергеометрические  
функции и их применение к решению краевых задач для  
вырождающихся дифференциальных уравнений в частных  
производных второго порядка», представленную на соискание степени  
доктора философии (PhD) по специальности «6D060100 - Математика»**

### **1. Актуальность темы исследования и ее связь с общенаучными и общегосударственными программами.**

Хорошо известно, что решения задач для уравнений математической физики можно явно выразить посредством определенных интегралов, которые содержат специальные функции. Так как подынтегральные функции зачастую зависят от одного или нескольких параметров, решить интегралы до конечных значений с помощью известных алгоритмов вызывает существенные трудности. В свою очередь, это приводит к вычислению большого количества сложных интегралов. В подобных случаях возможности современной вычислительной техники и численных методов могут оказаться недостаточны. Тогда возникает необходимость представить интеграл с помощью сходящегося бесконечного ряда или произведения.

Многие подынтегральные специальные функции являются обобщенными гипергеометрическими рядами, которые занимают особое место в теории специальных функций и их приложениях. Частными случаями таких гипергеометрических рядов являются ряды Тейлора для синуса, косинуса, логарифма, экспоненты и степенной функции.

Свойства гипергеометрических функций и рядов играют большую роль в связи с их многочисленными применениями в исследовании вопросов существования, единственности и представления решения краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных различных видов.

В рецензируемой диссертационной работе рассматривается четырехмерное вырождающееся дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка эллиптического типа. Строятся фундаментальные решения и решения краевых задач для этого уравнения, которые выражены с помощью гипергеометрических функций четырех переменных. Используя различные преобразования и операторный метод, гипергеометрические ряды четырех аргументов представляются как произведение нескольких гипергеометрических рядов, зависящих от меньшего количества переменных и параметров. Для решения краевых задач для вырождающихся эллиптических уравнений в конечной области требуется построение функции Грина, которое представляется с помощью фундаментального решения.

Таким образом, исследование свойств гипергеометрических функций четырех переменных и их использование для исследования вопросов разрешимости краевых задач для вырождающихся эллиптических уравнений, обуславливают актуальность настоящей темы диссертации.

## **2. Научные результаты и их обоснованность.**

В качестве основного научного вклада докторанта в работе представлены следующие результаты:

1) Построены линейно независимые решения дифференциальных систем уравнений для некоторых гипергеометрических функций четырех переменных;

2) Доказаны операторные тождества и формулы разложения для некоторых гипергеометрических рядов Гаусса от четырех аргументов с помощью пар взаимобратных операторов  $\nabla_{x,y}(c)$  и  $\Delta_{x,y}(c)$ ,  $\tilde{\nabla}_{x,y,z,t}(c)$  и  $\tilde{\Delta}_{x,y,z,t}(c)$ ,  $H(a,b)$  и  $\bar{H}(a,b)$ ;

3) Построено шестнадцать фундаментальных решений четырехмерного вырождающегося эллиптического уравнения в явном виде;

4) Разработан метод построения краевых задач для четырехмерного обобщенного уравнения Геллерстедта в бесконечной области. Доказаны теоремы единственности и существования решения краевых задач;

5) Доказана теорема единственности решения задачи  $N$  в конечной области. Построена функция Грина задачи  $N$ . Получено явное решение задачи  $N$  в конечной области.

## **3. Степень обоснованности и достоверности каждого научного результата (научного положения), выводов и заключения соискателя, сформулированных в диссертации.**

Обоснованность и достоверность научных положений, выводов и рекомендаций, сформулированных в диссертации, подтверждается публикацией основных результатов в изданиях, входящих в международные наукометрические базы (“Complex Variables and Elliptic Equations”, “Lobachevskii Journal of Mathematics”, “Eurasian Mathematical Journal”, “Bulletin Karaganda University – Mathematics”). Также это подтверждается применением известных классических методов, применяемых в теории дифференциальных уравнений с частными производными; последовательным обоснованием и доказательством каждого полученного результата. При исследовании свойств гипергеометрических функций нескольких переменных использованы апробированные алгоритмы и методы, верифицированные и опубликованные в фундаментальных трудах теории гипергеометрических функций.

## **4. Степень новизны каждого научного результата (положения), выводов соискателя, сформулированных в диссертации.**

1) Решены системы дифференциальных гипергеометрических уравнений относительно четырехмерных гипергеометрических функций, найдены линейно независимые решения соответствующих систем в явном виде.

2) Получены формулы разложения для некоторых гипергеометрических функций от четырех переменных с помощью различных операторов.

3) Построены фундаментальные решения для вырождающегося эллиптического уравнения Геллерстедта с четырьмя переменными при помощи гипергеометрических функций.

4) Решения ряда краевых задач в неограниченной области представлены через фундаментальные решения.

5) Установлена единственность решения задачи  $N$  в ограниченной области, доказано существование решения данной задачи и построена функция Грина в явном виде.

### **5. Практическая и теоретическая значимость научных результатов.**

Тема диссертационного исследования носит теоретический характер. Результаты, связанные с изучением свойств гипергеометрических функций, являются вкладом в теорию специальных функций и пополняют базу знаний по гипергеометрическим рядам. Остальные полученные результаты могут быть применены в теории краевых задач для уравнений эллиптического типа с вырождениями различного характера и степени.

### **6. Замечания, предложения по диссертации.**

По диссертации имеются следующие замечания:

- 1) Встречаются опечатки технического характера, например, на стр. 67 должно быть дифференцирование по  $x_0$  от функции (3.3.3);
- 2) Было бы интересно построить пример, иллюстрирующий результаты раздела 3 или 4.

Но эти замечания не влияют на общую положительную оценку работы и носят рекомендательный характер, они могут быть учтены в дальнейших исследованиях автора.

### **7. Соответствие содержания диссертации в рамках требований Правил присуждения ученых степеней.**

Диссертационная работа на тему «Многомерные гипергеометрические функции и их применение к решению краевых задач для вырождающихся дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка» отвечает всем требованиям, предъявляемым к диссертациям по специальности «6D060100 - Математика», а ее автор Рыскан Айнур Рысканкызы заслуживает присуждения ей степени доктора философии (PhD) по данной специальности.

### **Официальный рецензент:**

**доктор физико-математических наук,  
профессор, главный научный сотрудник  
ИМММ КН МОН РК**



**А. Т. Асанова**

Подпись ГНС Асановой А.Т.  
Заверяю  
Ст. инспектор ОК



Э.А.Мухтарова